

# ABSTRACT

## Incontro Nazionale di Analisi Ipercomplessa

Unità INdAM del Progetto FIRB 2012  
*Geometria Differenziale e Teoria Geometrica delle Funzioni*

23 gennaio 2015

Dipartimento di Matematica e Informatica “U. Dini”  
Università degli Studi di Firenze  
Viale Morgagni 67/A, I-50134 Firenze

**Amedeo Altavilla (Università di Trento)**  
*Strutture complesse ortogonali e funzioni slice regolari*

In questo seminario mostrerò alcuni risultati qualitativi riguardo il legame tra funzioni slice regolari e strutture complesse ortogonali definite su domini di  $\mathbb{R}^4$ .

**Fabrizio Colombo (Politecnico di Milano)**  
*Inversione della mappa di Fueter-Sce*

Sia  $f$  una funzione slice monogenica  $f = \alpha + \underline{\omega}\beta$  (in altri termini una funzione olomorfa della variabile paravettore  $x$ , dove  $\alpha$  e  $\beta$  soddisfano le equazioni di Cauchy-Riemann) e sia  $\check{f} = A + \underline{\omega}B$  una funzione assialmente monogenica (dove  $A, B$  soddisfano il sistema di Vekua).

Il teorema della mappa di Fueter-Sce afferma che data una funzione slice monogenica  $f$  allora  $\Delta^{\frac{n-1}{2}} f(x)$  è (assialmente) monogenica, dove  $\Delta$  è l'operatore di Laplace in dimensione  $n + 1$ .

Dimostreremo come risolvere il problema: data una funzione assialmente monogenica  $\check{f}$ , determinare la funzione slice monogenica  $f$  (chiamata primitiva di Fueter di  $\check{f}$ ) tale che  $\check{f} = \Delta^{\frac{n-1}{2}} f(x)$ . Dimostriamo una formula di rappresentazione integrale di  $f$  in termini di  $\check{f}$ . Chiamiamo tale risultato teorema inverso della mappa di Fueter-Sce (in forma integrale).

La soluzione dell'equazione  $\Delta^{\frac{n-1}{2}} f(x) = \check{f}(x)$  in analisi di Clifford è un risultato recente che ha diverse conseguenze che sono ancora in fase di ricerca.

Daremo poi ulteriori teoremi di inversione in ambiti più generali.

**Riccardo Ghiloni (Università di Trento)**

*La formula integrale di Cauchy per funzioni slice: il caso generale*

In questo seminario presenterò la formula integrale di Cauchy per funzioni slice su una arbitraria  $*$ -algebra alternativa reale, anche nonassociativa. Tale formula generalizza quella già nota nel caso associativo. Le difficoltà del caso nonassociativo vengono superate grazie ad una nuova interpretazione della funzione integranda di Cauchy, basata sul prodotto slice. Presenterò infine alcune immediate conseguenze della formula. I risultati di questo seminario sono stati ottenuti in collaborazione con Alessandro Perotti e Vincenzo Recupero.

**Anna Gori (Università di Milano)**

*Varietà toriche quaternioniche*

In questo seminario intendo introdurre una possibile definizione di varietà torica quaternionica. In particolare, partendo dalle definizioni di varietà toriche simplettiche e complesse, si cercherà di costruirne un analogo quaternionico. Questa definizione trae spunto da una procedura che, a partire da politopi opportuni (Politopi di Delzant) permette di ricostruire varietà  $4n$ -dimensionali che sembrano essere i primi esempi di varietà toriche quaternioniche. Questo è un lavoro in corso in collaborazione con G. Gentili e G. Sarfatti.

**Marco Maggesi (Università di Firenze)**

*Meccanizzazione del calcolo quaternionico*

Dopo una rapida introduzione alla meccanizzazione della matematica e ai dimostratori di teoremi, verrà presentato un progetto attualmente in corso sulla formalizzazione al computer della teoria delle funzioni regolari quaternioniche nella logica di ordine superiore. Successivamente si mostrerà una libreria di risultati basilari del calcolo quaternionico recentemente ottenuti nel sistema di dimostrazione assistita HOL Light. Infine si discuterà quelli che sono i futuri sviluppi attesi in quest'ambito.

**Alessandro Perotti (Università di Trento)**

*Equazioni differenziali globali per le funzioni slice-regolari*

Viene proposto un sistema di equazioni differenziali globali soddisfatto dalle funzioni slice-regolari su una  $*$ -algebra reale alternativa, illustrando il ruolo della proprietà di sliceness nella relazione tra le equazioni globali e la condizione di slice-regolarità. Questi risultati sono stati ottenuti in collaborazione con Riccardo Ghiloni.

**Vincenzo Recupero (Politecnico di Torino)**

*Operatori sferico settoriali e semigruppri in ambiente noncommutativo*

Utilizzando una tecnica di riduzione al caso reale, dimostriamo i teoremi di generazione per semigruppri di operatori lineari a destra in bimoduli su \*-algebre alternative reali. Nel caso associativo (comprendente i quaternioni) introduciamo la nozione di operatore sferico settoriale e proviamo che il semigruppri generato da un tale operatore è rappresentato da una formula integrale di Cauchy. Questi risultati sono stati ottenuti in collaborazione con Riccardo Ghiloni.

**Irene Sabadini (Politecnico di Milano)**

*Proprietà di approssimazione di funzioni slice regolari*

Discuteremo alcune proprietà di approssimazione di funzioni regolari di una variabile quaternionica. Mostriamo che vale una proprietà di “quasi universalità”: esiste una serie di potenze  $S$  convergente in una palla di raggio  $r > 0$ , con la proprietà che per ogni aperto assialmente simmetrico  $A$  soddisfacente ipotesi opportune, presa una funzione  $h$  slice regolare in  $A$ , e per ogni compatto  $K$  contenuto in  $A$ ,  $K$  opportuno, esiste una sottosuccessione delle somme parziali di  $S$  convergente ad  $h$ , uniformemente su  $K$ . Discuteremo anche la validità di un teorema tipo Mergelyan, mostrando risultati di approssimazione nel caso di alcuni tipi di insiemi.

**Giulia Sarfatti (Università di Bologna)**

*Dagli operatori di Hankel alle misure di Carleson in una variabile quaternionica*

In questo seminario introdurremo gli operatori di Hankel in ambito quaternionico. Vedremo che gli operatori di Hankel limitati sullo spazio di Hardy  $\mathbb{H}^2$  possono essere caratterizzati in termini di funzioni slice regolari con oscillazione media limitata e di misure di Carleson. Daremo una caratterizzazione geometrica delle misure di Carleson ed inoltre vedremo che, anche in ambito quaternionico, vale un teorema di dualità alla Fefferman.